Rögzítsünk egy filtrációt. Legyenek X és Y Poisson folyamatok a rögzített filtrációra nézve, és jelölje M és N a megfelelő exponenciális martingálokat. A parciális integrálási formula szerint

$$MN - 1 = M_{-} \bullet N + N_{-} \bullet M + [M, N] .$$

Vegyük észre, hogy tetszőleges véges intervallumon M_{-} és N_{-} korlátosak. Ugyancsak véges szakaszokon a trajektóriák variációjából álló $\mathrm{Var}\,(M)$ és $\mathrm{Var}\,(N)$ folyamatoknak van integrálható majoránsa. Ebből következően a két sztochasztikus integrálhoz tartozó közelítő összegeknek véges szakaszokon van integrálható majoránsa, így nem csak a közelítő összegek, hanem a sztochasztikus integrálok is martingálok. Várható értéket véve

$$\mathbf{E}\left(M\left(t\right)N\left(t\right)\right) - 1 = \mathbf{E}\left(\left[M, N\right]\left(t\right)\right).$$

Érdemes hangsúlyozni, hogy a sztochasztikus integrálok martingál tulajdonságának igazolásához szükséges, hogy az integrandus és az integrátor ugyanarra a filtrációra nézve adaptált legyen. Ezt biztosítja a feltétel, hogy az X és az Y egy közös filtrációra nézve alkot Poisson-folyamatot. Ha az X és Y folyamatoknak nincsen közös ugrása, akkor a Fourier-transzformáltak idő szerint folytonossága miatt az M és N exponenciális martingáloknak sincsen közös ugrása. Mivel az M és az N trajektóriái korlátos változásúak és véges szakaszokon a Poisson-folyamatoknak csak véges számú ugrása van és az ugrások között az M és az N trajektóriái deriválhatóak, ezért

$$\left[M, N\right]\left(t\right) = \sum_{s \leq t} \Delta M\left(s\right) \Delta N\left(s\right) = 0.$$

Ebből következően, ha egy valószínűséggel nincsen közös ugrás, akkor

$$\mathbf{E}\left(M\left(t\right)N\left(t\right)\right) = 1.$$

A Fourier-transzformáltakkal átszorozva

$$\mathbf{E}\left(\exp\left(iuX\left(t\right) + ivY\left(t\right)\right)\right) = \mathbf{E}\left(\exp\left(iuX\left(t\right)\right)\right)\mathbf{E}\left(\exp\left(ivY\left(t\right)\right)\right),$$

vagyis az együttes Fourier-transzformáció az egyedi Fourier-transzformációk szorzatára bomlik. Következésképpen, ha az X-nek és az Y-nak a $[0, t]$ szakaszon egy valószínűséggel nincsen közös ugrása, akkor az $X\left(t\right)$ és az $Y\left(t\right)$ független.

Megfordítva, ha az $X\left(t\right)$ és az $Y\left(t\right)$ függetlenek, akkor az exponenciális martingálok szorzat alakra bomlanak. Az egyszerűség kedvéért nem a Fourier-transzformáltakkal, hanem a Laplace-transzformáltakkal írjuk fel az exponenciális martingálokat:

$$\begin{aligned} M\left(s, u\right) &\circeq \frac{\exp\left(-sX\left(u\right)\right)}{\mathbf{E}\left(\exp\left(-sX\left(u\right)\right)\right)}, \\ N\left(s, u\right) &\circeq \frac{\exp\left(-sY\left(u\right)\right)}{\mathbf{E}\left(\exp\left(-sY\left(u\right)\right)\right)}. \end{aligned}$$

Ekkor a sztochasztikus integrálok ismét martingálok és a függetlenség miatt

$$\mathbf{E}\left(M\left(t\right)N\left(t\right)\right)=1$$

következésképpen

$$\mathbf{E}\left(\left[M,N\right]\left(t\right)\right)=0.$$

Könnyen látható, hogy például

$$\Delta M\left(s,r\right)=\frac{\exp\left(-sX\left(r\right)\right)-\exp\left(-sX\left(r-\right)\right)}{\mathbf{E}\left(\exp\left(-sX\left(r\right)\right)\right)}\leq 0.$$

Így a közös ugrások szorzata nem negatív, így az ugrások szorzatának összegének várható értéke csak akkor lehet nulla, ha az X és Y folyamatoknak egy valószínűséggel nincsen közös ugrása.

Ha az X Poisson-folyamat ugrásainak időpontja (τ_n) és az Y ugrásainak időpontja $(2\tau_n)$, akkor könnyen látható, hogy nincsen közös ugrásuk, de nem is függetlenek. Ugyanakkor nem is lesznek egy közös filtrációra nézve egyszerre Poisson folyamatok. Érdemes továbbá hangsúlyozni, hogy az állítás második felében nem volt szükség a közös filtrációra, ugyanis ha X és Y függetlenek, akkor egyszerűen megmutatható, hogy az (X,Y) pár által generált filtrációra nézve az X és az Y külön-külön Poisson-folyamat, vagyis számláló Lévy-folyamat, marad.